ગુજરાત રાજ્યના શિક્ષણવિભાગના પત્ર-ક્રમાંક
મશબ/1215/178/છ, તા. 24-11-2016 - થી મંજૂર

આંકડાશાસ્ત્ર

(ભાગ 2)

ધોરણ 12

પ્રતિજ્ઞાપત્ર

ભારત મારો દેશ છે.
બધાં ભારતીયો મારા ભાઈબહેન છે.
હું મારા દેશને ચાહું છું અને તેના સમૃદ્ધ અને
વૈવિધ્યપૂર્ણ વારસાનો મને ગર્વ છે.
હું સદાય તેને લાયક બનવા પ્રયત્ન કરીશ.
હું મારાં માતાપિતા, શિક્ષકો અને વડીલો પ્રત્યે
આદર રાખીશ અને દરેક જણ સાથે સભ્યતાથી વર્તીશ.
હું મારા દેશ અને દેશબાંધવોને મારી નિષ્ઠા અર્પું છું.
તેમનાં કલ્યાણ અને સમૃદ્ધિમાં જ મારું સુખ રહ્યું છે.

રાજ્ય સરકારની વિનામૂલ્યે યોજના હેઠળનું પુસ્તક

ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ
'વિદ્યાયન' સેક્ટર 10-એ, ગાંધીનગર-382 010

વિષય-સલાહકાર

ડૉ. આર. ટી. રતાણી

લેખન-સંપાદન

ડૉ. એમ. એન. પટેલ (કન્વીનર)
પ્રો. શુભા એ. લાગવણકર
ડૉ. ચિરાગ જે. ત્રિવેદી
ડૉ. કુંજલ એચ. શાહ
ડૉ. પરાગ બી. શાહ
શ્રી મહેશભાઈ એ. પટેલ
ડૉ. યતિન એ. પરીખ

સમીક્ષા

શ્રી રમેશચંદ્ર બી. ઠક્કર
ડૉ. કિશોરભાઈ એમ. પટેલ
શ્રી હિમાંશુ ડી. રાંછ
શ્રી રાજેન્દ્ર બી. ભટ્ટ
શ્રી ગીરીશભાઈ એ. પટેલ
શ્રી વિનયકાન્ત એચ. ઉપાધ્યાય
શ્રી પ્રવિણ એમ. માલવિયા
ડૉ. સંજય જી. રાવલ
શ્રી ગોપાલભાઈ બી. વડગામા
શ્રી વૈશાલી એમ. સેવક

ભાષાશુદ્ધિ

શ્રી છાયાબહેન એમ. પારેખ

ચિત્રાંકન

મીડિયા ગ્રાફિક્સ

સંયોજન

ડૉ. ચિરાગ એન. શાહ
(વિષય-સંયોજક : કૉમર્સ)

નિર્માણ-સંયોજન

શ્રી હરેન શાહ
(નાયબ નિયામક : શૈક્ષણિક)

મુદ્રણ-આયોજન

શ્રી હરેશ એસ. લીમ્બાચીયા
(નાયબ નિયામક : ઉત્પાદન)

પ્રસ્તાવના

રાષ્ટ્રીય અભ્યાસક્રમોના અનુસંધાનમાં ગુજરાત માધ્યમિક અને ઉચ્ચતર માધ્યમિક શિક્ષણ બોર્ડે નવા અભ્યાસક્રમો તૈયાર કર્યા છે. આ અભ્યાસક્રમો ગુજરાત સરકાર દ્વારા મંજૂર કરવામાં આવ્યા છે.

ગુજરાત સરકાર દ્વારા મંજૂર થયેલા **ધોરણ 12, આંકડાશાસ્ત્ર (ભાગ 2)** વિષયના નવા અભ્યાસક્રમ અનુસાર તૈયાર કરવામાં આવેલું આ પાઠ્યપુસ્તક વિદ્યાર્થીઓ સમક્ષ મૂકતાં મંડળ આનંદ અનુભવે છે.

આ પાઠ્યપુસ્તકનું લેખન તથા સમીક્ષા નિષ્ણાત શિક્ષકો અને પ્રાધ્યાપકો પાસે કરાવવામાં આવ્યાં છે. સમીક્ષકોનાં સૂચનો અનુસાર હસ્તપ્રતમાં યોગ્ય સુધારાવધારા કર્યા પછી આ પાઠ્યપુસ્તક પ્રસિદ્ધ કરવામાં આવ્યું છે.

પ્રસ્તુત પાઠ્યપુસ્તકને રસપ્રદ, ઉપયોગી અને ક્ષતિરહિત બનાવવા માટે મંડળે પૂરતી કાળજી લીધી છે. તેમ છતાં શિક્ષણમાં રસ ધરાવનાર વ્યક્તિઓ પાસેથી પુસ્તકની ગુણવત્તા વધારે તેવાં સૂચનો આવકાર્ય છે.

પી. ભારતી (IAS)
નિયામક — કાર્યવાહક પ્રમુખ
તા.16-11-2019 — ગાંધીનગર

પ્રથમ આવૃત્તિ : 2017, પુનઃ મુદ્રણ : 2018, 2019, 2020

પ્રકાશક : ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, 'વિદ્યાયન', સેક્ટર 10-એ, ગાંધીનગર વતી પી. ભારતી, નિયામક

મુદ્રક :

મૂળભૂત ફરજો

ભારતના દરેક નાગરિકની ફરજ નીચે મુજબ રહેશે :*

(ક) સંવિધાનને વફાદાર રહેવાની અને તેના આદર્શો અને સંસ્થાઓનો, રાષ્ટ્રધ્વજનો અને રાષ્ટ્રગીતનો આદર કરવાની;

(ખ) આઝાદી માટેની આપણી રાષ્ટ્રીય લડતને પ્રેરણા આપનારા ઉમદા આદર્શોને હૃદયમાં પ્રતિષ્ઠિત કરવાની અને અનુસરવાની;

(ગ) ભારતનાં સાર્વભૌમત્વ, એકતા અને અખંડિતતાનું સમર્થન કરવાની અને તેમનું રક્ષણ કરવાની;

(ઘ) દેશનું રક્ષણ કરવાની અને રાષ્ટ્રીય સેવા બજાવવાની હાકલ થતાં, તેમ કરવાની;

(ચ) ધાર્મિક, ભાષાકીય, પ્રાદેશિક અથવા સાંપ્રદાયિક ભેદોથી પર રહીને, ભારતના તમામ લોકોમાં સુમેળ અને સમાન બંધુત્વની ભાવનાની વૃદ્ધિ કરવાની, સ્ત્રીઓના ગૌરવને અપમાનિત કરે, તેવા વ્યવહારો ત્યજી દેવાની;

(છ) આપણી સમન્વિત સંસ્કૃતિના સમૃદ્ધ વારસાનું મૂલ્ય સમજી તે જાળવી રાખવાની;

(જ) જંગલો, તળાવો, નદીઓ અને વન્ય પશુપક્ષીઓ સહિત કુદરતી પર્યાવરણનું જતન કરવાની અને તેની સુધારણા કરવાની અને જીવો પ્રત્યે અનુકંપા રાખવાની;

(ઝ) વૈજ્ઞાનિક માનસ, માનવતાવાદ અને જિજ્ઞાસા તથા સુધારણાની ભાવના કેળવવાની;

(ટ) જાહેર મિલકતનું રક્ષણ કરવાની અને હિંસાનો ત્યાગ કરવાની;

(ઠ) રાષ્ટ્ર પુરુષાર્થ અને સિદ્ધિનાં વધુ ને વધુ ઉન્નત સોપાનો ભણી સતત પ્રગતિ કરતું રહે એ માટે, વૈયક્તિક અને સામૂહિક પ્રવૃત્તિનાં તમામ ક્ષેત્રે શ્રેષ્ઠતા હાંસલ કરવાનો પ્રયત્ન કરવાની;

(ડ) માતા-પિતાએ અથવા વાલીએ 6 વર્ષથી 14 વર્ષ સુધીની વયના પોતાના બાળક અથવા પાલ્યને શિક્ષણની તકો પૂરી પાડવાની.

*ભારતનું સંવિધાન : કલમ 51-क

અનુક્રમણિકા

"Statistically, the probability of any one of us being here is so small that the mere fact of our existence should keep us all in a state of contented dazzlement."

– Lewis Thomas

1

સંભાવના
(Probability)

વિષયવસ્તુ

1.1 પ્રાસ્તાવિક

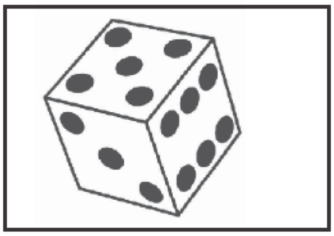
આપણા રોજબરોજના જીવનમાં અનેક ઘટનાઓ બને છે. આ ઘટનાઓ પૈકીની કેટલીક ઘટનાઓ ચોક્કસ બનશે જ એવું આપણે નિશ્ચિતપણે કહી શકીએ છીએ; જેમકે જન્મ લેનાર દરેક માનવ મૃત્યુ પામશે, ઝાડ પરથી છૂટું પડેલું ફળ જમીન પર પડશે, કોઈ વેપારીને વસ્તુનો એક એકમ વેચવાથી ₹ 10 નફો મળતો હોય, તો તેને વસ્તુના 50 એકમો વેચાય તો ₹ 500 નફો મળશે, એક વ્યક્તિ કોઈ રાષ્ટ્રીયકૃત બૅન્કમાં ₹ 1,00,000 વાર્ષિક 7.5 ટકાના વ્યાજના દરે મૂકે તો તેને વર્ષના અંતે ₹ 7500 વ્યાજ તરીકે મળશે વગેરે. આ ઘટનાઓ નિશ્ચિત છે, પરંતુ કેટલીક ઘટનાઓ એવી હોય છે કે જે બનશે કે નહિ તે અગાઉથી નિશ્ચિતપણે કહી શકાતું નથી. જેમકે કોઈ સમતોલ સિક્કો ઉછાળીએ ત્યારે તેની ઉપરની બાજુ છાપ મળશે, છ બાજુવાળો એક સમતોલ પાસો ફેંકતા પાસાની ઉપરની બાજુ પર મળતો અંક 3 હોય, નવો જન્મ લેનાર બાળકની જાતિ નર હશે, કારખાનામાં ઉત્પાદિત થયેલ એકમ ગુણવત્તાની દૃષ્ટિએ ખામીરહિત હશે, ચાલુ વર્ષે અમુક વિસ્તારમાં કુલ કેટલો વરસાદ પડશે, ચાલુ વર્ષે રાજ્યમાં ઘઉંના પાકનું કેટલું ઉત્પાદન થશે, બે દેશ વચ્ચે રમાતી એક ક્રિકેટ મૅચનું પરિણામ શું આવશે વગેરે. આ ઘટનાઓ એવી છે કે તે બનશે જ એવું આપણે નિશ્ચિતપણે કહી શકતા નથી. આવી ઘટનાઓ ઘટવા વિશે સચોટ અનુમાન કરવાનું શક્ય નથી. આવી ઘટનાઓ બનવાની (કે ન બનવાની) ઓછીવત્તી શક્યતાનો ખ્યાલ આપણે આપણી આપસૂઝથી મેળવી શકીએ છીએ, પરંતુ આવી ઘટનાઓ બનવાની (કે ન બનવાની) બાબતમાં અનિશ્ચિતતા રહેલી હોય છે. આપણે માની લઈશું કે, આવી ઘટનાઓ બનવાનું (કે ન બનવાનું) અજ્ઞાત તત્ત્વ પર આધારિત છે, જેને આપણે ચાન્સ (Chance) કહીશું. આવી ચાન્સ પર આધાર રાખતી ઘટનાઓને યાદચ્છિક ઘટનાઓ (Random Events) કહે છે. આવી અનિશ્ચિત ઘટના ઘટવાની શક્યતા સંખ્યાત્મક રીતે દર્શાવવા સંભાવના (Probability)નો ઉપયોગ થાય છે. આ પ્રકરણમાં આપણે સંભાવનાનો સિદ્ધાંત, સંભાવનાની પ્રશિષ્ટ વ્યાખ્યા, આંકડાશાસ્ત્રીય વ્યાખ્યા તેમજ સંભાવનાની ઉપયોગિતા દર્શાવતાં ઉદાહરણો જોઈશું. હવે આપણે કેટલાંક પદોનું સ્પષ્ટીકરણ કરી લઈએ જે સંભાવનાના અભ્યાસમાં ઉપયોગી છે.

1.2 યાદચ્છિક પ્રયોગ અને નિદર્શ અવકાશ

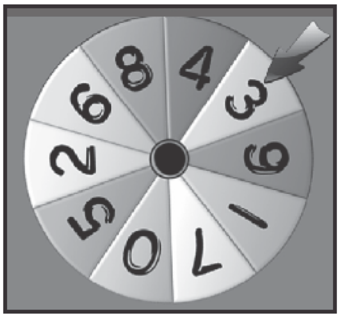
1.2.1 યાદચ્છિક પ્રયોગ

આપણે નીચેના પ્રયોગોનો વિચાર કરીએ :

પ્રયોગ 1 : એક સમતોલ સિક્કો ઉછાળો. આ પ્રયોગના બે શક્ય પરિણામો (i) છાપ (Head-*H*) (ii) કાંટો (Tail-*T*) પૈકી કોઈ એક પરિણામ મળશે. (આપણે ધારી લઈશું કે સિક્કો તેની ધરી પર ઊભો રહેતો નથી.) આમ સિક્કો ઉછાળવાના પ્રયોગમાં શક્ય પરિણામો *'H'* અને *'T'* એમ બે જ છે. પરંતુ આ બે પરિણામો પૈકી કયું પરિણામ મળશે તે નિશ્ચિતપણે પ્રયોગ પૂર્વે કહી શકાતું નથી.



પ્રયોગ 2 : 1, 2, 3, 4, 5, 6 એમ 1 થી 6 અંક લખેલા છ બાજુવાળા એક સમતોલ પાસાને ઉછાળો. તેની ઉપરની બાજુએ આવતા અંકને નોંધો. આ પ્રયોગનાં છ શક્ય પરિણામો 1, 2, 3, 4, 5, 6 પૈકી કોઈ એક પરિણામ મળશે. અહીં પાસો ઉછાળવાના પ્રયોગમાં શક્ય પરિણામો 1, 2, 3, 4, 5, 6 એમ છ જ છે પરંતુ તે છ પરિણામો પૈકી કયું પરિણામ મળશે તે નિશ્ચિતપણે પ્રયોગ પૂર્વે કહી શકાતું નથી.



પ્રયોગ 3 : ધારો કે 0, 1, 2, ... , 9 એમ દસ સંખ્યા લખેલ એક ચક્ર છે અને તેની સામે એક નિશાન રાખેલ છે. આ ચક્રને હાથ વડે ફેરવવામાં આવે, તો તે ગોળ ગોળ ફરીને અમુક સમય પછી સ્થિર થાય છે. આ ચક્ર અટકે ત્યારે 0, 1, 2, ... , 9 માંથી કોઈ એક સંખ્યા પેલા નિશાનની સામે આવે છે. આ સંખ્યા એ જીત દર્શાવતી સંખ્યા છે. અહીં આવા ચક્રને ફેરવીને જુઓ કે જીત દર્શાવતી સંખ્યા કઈ છે. અહીં પ્રયોગનાં કુલ શક્ય દસ પરિણામો 0, 1, 2, ... , 9 છે. પરંતુ આ દસ સંખ્યાઓ પૈકી કયું પરિણામ આવશે (જીત દર્શાવતી સંખ્યા) તે નિશ્ચિતપણે પ્રયોગ પૂર્વે કહી શકાતું નથી.

ઉપર્યુક્ત દર્શાવેલ પ્રયોગો 1, 2 અને 3 ને યાદચ્છિક પ્રયોગો કહે છે. યાદચ્છિક પ્રયોગની વ્યાખ્યા આ મુજબ છે, જે પ્રયોગનું નિરપેક્ષ રીતે સમાન સંજોગોમાં પુનરાવર્તન કરી શકાતું હોય અને તે પ્રયોગનાં બધાં જ શક્ય પરિણામો જ્ઞાત હોય પરંતુ તે પૈકી કયું ચોક્કસ પરિણામ મળશે તેનું નિશ્ચિત અનુમાન પ્રયોગ પૂર્વે કરી શકાતું ન હોય તેવા પ્રયોગને યાદચ્છિક પ્રયોગ (Random Experiment) કહે છે. આ વ્યાખ્યા પરથી યાદચ્છિક પ્રયોગનાં નીચેનાં લક્ષણો તારવી શકાય :

(1) યાદચ્છિક પ્રયોગનું નિરપેક્ષ રીતે લગભગ સમાન સંજોગોમાં પુનરાવર્તન કરી શકાય છે.

(2) યાદચ્છિક પ્રયોગનાં શક્ય તમામ પરિણામો જ્ઞાત હોય છે પરંતુ તે પૈકી કયું ચોક્કસ પરિણામ મળશે તેનું નિશ્ચિત અનુમાન પ્રયોગ પૂર્વે કરી શકાતું નથી.

(3) યાદચ્છિક પ્રયોગને અંતે ચોક્કસ પરિણામ મળે છે.

1.2.2 નિદર્શ અવકાશ

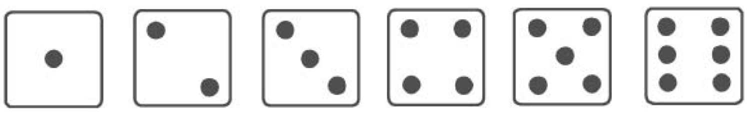
કોઈપણ યાદચ્છિક પ્રયોગનાં શક્ય તમામ પરિણામોના ગણને તે યાદચ્છિક પ્રયોગનો નિદર્શ અવકાશ (Sample Space) કહેવામાં આવે છે. નિદર્શ અવકાશને સામાન્ય રીતે U અથવા S સંકેત વડે દર્શાવાય છે. નિદર્શ અવકાશના ઘટકોને નિદર્શ બિંદુઓ (Sample Points) કહે છે.

અગાઉના મુદ્દામાં દર્શાવેલા યાદચ્છિક પ્રયોગના નિદર્શ અવકાશ નીચે મુજબ મળે :

પ્રયોગ 1 : એક સમતોલ સિક્કો ઉછાળવો. આ યાદચ્છિક પ્રયોગમાં શક્ય પરિણામો કુલ બે છે : H અને T. તેથી અહીં નિદર્શ અવકાશ $U=\{H,T\}$ અથવા $U=\{T,H\}$ એમ ગમે તે રીતે લખી શકાય..

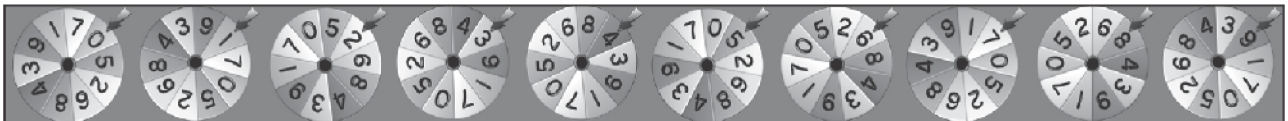
છાપ (Head - H) કાંટો (Tail - T)

પ્રયોગ 2 : 1, 2, 3, 4, 5, 6 એમ 1 થી 6 અંક લખેલા એક છ બાજુવાળા સમતોલ પાસાને ઉછાળો. આ યાદચ્છિક પ્રયોગનાં શક્ય પરિણામો કુલ છ છે : 1, 2, 3, 4, 5, 6. તેથી અહીં નિદર્શ અવકાશ $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ થાય.



1 2 3 4 5 6

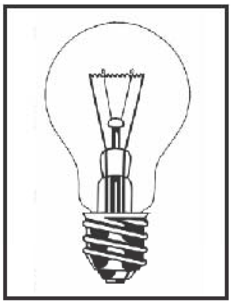
પ્રયોગ 3 : 0, 1, 2, ... , 9 સંખ્યા લખેલ એક ચક્ર ફેરવી જીત પ્રાપ્ત કરતી સંખ્યા નક્કી કરવી. આ યાદચ્છિક પ્રયોગનાં શક્ય પરિણામો કુલ દસ છે તેથી અહીં નિદર્શ અવકાશ $U=\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ થાય.



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

સાન્ત નિદર્શ અવકાશ : યાદચ્છિક પ્રયોગના નિદર્શ અવકાશમાં કુલ શક્ય પરિણામોની સંખ્યા પરિમિત હોય તો તેવા નિદર્શ અવકાશને સાન્ત નિદર્શ અવકાશ (Finite Sample Space) કહે છે. દા.ત., ઉપર દર્શાવેલ ત્રણેય યાદચ્છિક પ્રયોગના નિદર્શ અવકાશો સાન્ત નિદર્શ અવકાશનાં ઉદાહરણો છે.

અનંત નિદર્શ અવકાશ : યાદચ્છિક પ્રયોગના નિદર્શ અવકાશમાં કુલ શક્ય પરિણામોની સંખ્યા અપરિમિત હોય તેવા નિદર્શ અવકાશને અનંત નિદર્શ અવકાશ (Infinite Sample Space) કહે છે. દા.ત., ઉત્પાદિત ઇલેક્ટ્રિક બલ્બનું આયુષ્ય (L) કલાકમાં માપીને નોંધીએ તો તે વાસ્તવિક સંખ્યા થાય. L નું મૂલ્ય 0 કે તેથી મોટું થાય. તેથી ઇલેક્ટ્રિક બલ્બના આયુષ્ય માપવાના પ્રયોગનાં શક્ય પરિણામો અનંત હશે. અહીં નિદર્શ અવકાશ $U = \{L \mid L \geq 0, L \in R\}$ થશે. હવે જો ઇલેક્ટ્રિક બલ્બનું મહત્તમ આયુષ્ય 700 કલાક ધારીએ, તો નિદર્શ અવકાશ $U = \{L \mid 0 \leq L \leq 700;\ L \in R\}$, થશે જે અનંત નિદર્શ અવકાશ બનશે.



હવે આપણે યાદચ્છિક પ્રયોગના નિદર્શ અવકાશનાં અન્ય કેટલાંક ઉદાહરણો જોઈએ.

ઉદાહરણ 1 : બે સમતોલ સિક્કાને એકસાથે ઉછાળવામાં આવે છે. આ યાદચ્છિક પ્રયોગનો નિદર્શ અવકાશ લખો.

અહીં બે સિક્કા પૈકી કોઈપણ એક સિક્કાને પહેલો સિક્કો અને બાકીના સિક્કાને બીજો સિક્કો કહીશું. આ પ્રયોગનાં પરિણામો નીચે આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ મળી શકે :

છાપને H વડે અને કાંટાને T વડે દર્શાવીએ, તો નિદર્શ અવકાશ નીચે મુજબ મળે :

$U = \{HH, HT, TH, TT\}$

પહેલા સિક્કા પર H અને T માંથી કોઈ એક પરિણામ મળી શકે. તેથી આ ક્રિયા બે રીતે થઈ શકે અને બીજા સિક્કા પર પણ H અને T માંથી કોઈ એક પરિણામ મળી શકે તેથી આ ક્રિયા પણ બે રીતે થઈ શકે. ગણતરીના ગુણાકારના મૂળભૂત સિદ્ધાંત મુજબ કુલ $2 \times 2 = 2^2 = 4$ કુલ શક્ય પરિણામો મળશે. અહીં નોંધવું જોઈએ કે એક સમતોલ સિક્કો બે વખત ઉછાળવામાં આવે તોપણ આ પ્રયોગનો નિદર્શ અવકાશ ઉપર દર્શાવ્યા મુજબ જ થશે.

ઉદાહરણ 2 : દરેક પાસાની બાજુઓ પર 1 થી 6 અંક લખેલ હોય તેવા બે સમતોલ પાસા ઉછાળવામાં આવે છે. આ યાદચ્છિક પ્રયોગનો નિદર્શ અવકાશ લખો.

અહીં બે પાસા પૈકી કોઈપણ એક પાસાને પહેલો પાસો અને બાકીના પાસાને બીજો પાસો કહીશું. પહેલા પાસા પર મળતા અંકને i અને બીજા પાસા પર મળતા અંકને j વડે દર્શાવીશું. તેથી બંને પાસા પર મળતા અંકોની જોડને (i, j) વડે દર્શાવીએ, તો નિદર્શ અવકાશ નીચે મુજબ બને. જ્યાં $i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ થશે.

$$\begin{aligned} U = \{ & (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), \\ & (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), \\ & (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), \\ & (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), \\ & (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), \\ & (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6) \} \end{aligned}$$

અથવા

$U = \{(i, j);\ i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

પહેલા પાસા પરના 1 થી 6 પૂર્ણાંકોમાંથી કોઈપણ એક પૂર્ણાંક ઉપરની બાજુ આવી શકે તેથી આ ક્રિયા છ રીતે થઈ શકે અને બીજા પાસા પરના પણ 1 થી 6 પૂર્ણાંકોમાંથી કોઈપણ એક પૂર્ણાંક ઉપરની બાજુ આવી શકે તેથી આ ક્રિયા પણ છ રીતે થઈ શકે. ગણતરીના ગુણાકારના મૂળભૂત સિદ્ધાંત મુજબ કુલ $6 \times 6 = 6^2 = 36$ કુલ શક્ય પરિણામો મળશે. તે જ પ્રમાણે ત્રણ સમતોલ પાસા એક સાથે ઉછાળવામાં આવે, તો આ યાદચ્છિક પ્રયોગના નિદર્શ અવકાશમાં કુલ શક્ય પરિણામો $6^3 = 216$ થશે.

ઉદાહરણ 3 : એક ફેક્ટરીમાં ઉત્પાદિત થયેલા 1000 એકમોની ગુણવત્તા ચકાસી તેમાંના ખામીયુક્ત એકમો શોધવાના યાદચ્છિક પ્રયોગનો નિદર્શ અવકાશ લખો.

ફેક્ટરીમાં ઉત્પાદિત થયેલા 1000 એકમોમાંથી ખામીયુક્ત એકમો શોધવામાં આવે, તો ઉત્પાદનમાં ખામીયુક્ત એકમોની સંખ્યા 0, 1, 2, ... , 1000 હોઈ શકે. તેથી આ યાદચ્છિક પ્રયોગનો નિદર્શ અવકાશ નીચે મુજબ બને :

$U = \{0, 1, 2, ..., 1000\}$

ઉદાહરણ 4 : પ્રથમ ચાર પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓમાંથી એકસાથે ત્રણ સંખ્યાઓ યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવાના યાદચ્છિક પ્રયોગનો નિદર્શ અવકાશ લખો.

પ્રથમ ચાર પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ એટલે કે 1, 2, 3, 4માંથી એકસાથે ત્રણ સંખ્યા પસંદ કરવામાં આવે તો તે ત્રણ સંખ્યાઓ $(1, 2, 3)$, $(1, 2, 4)$, $(1, 3, 4)$ અથવા $(2, 3, 4)$ હોઈ શકે. આમ, આ યાદચ્છિક પ્રયોગનો નિદર્શ અવકાશ નીચે મુજબ બને.

$U = \{(1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 3, 4), (2, 3, 4)\}$

અહીં કુલ 4 સંખ્યાઓમાંથી 3 સંખ્યાઓ પસંદ કરવાની છે જેની પસંદગીના કુલ સંચય $^4C_3 = 4$ થાય. આમ, આ યાદચ્છિક પ્રયોગનાં કુલ શક્ય પરિણામો 4 થાય.

ઉદાહરણ 5 : પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ પૈકી કોઈપણ એક સંખ્યા યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવાના યાદચ્છિક પ્રયોગનો નિદર્શ અવકાશ લખો.

પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ એટલે કે 1, 2, 3, ... થાય. આ સંખ્યાઓમાંથી યાદચ્છિક રીતે એક સંખ્યા પસંદ કરીએ તો તેનો નિદર્શ અવકાશ નીચે મુજબ બને.

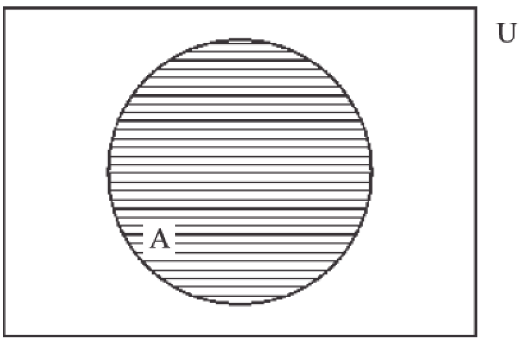
$U = \{1, 2, 3, 4, ...\}$

અત્રે નોંધનીય છે કે આ અનંત નિદર્શ અવકાશ છે.

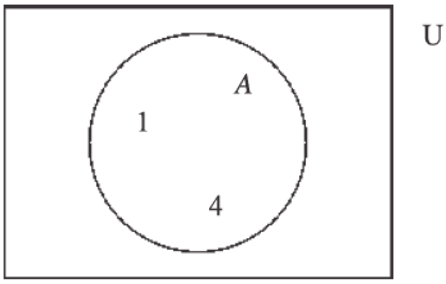
1.3 ઘટના : ચોક્કસ ઘટના, અશક્ય ઘટના, વિશિષ્ટ ઘટનાઓ

આપણે સૌપ્રથમ ઘટનાનો અર્થ સમજી વિવિધ પ્રકારની ઘટનાઓનો અભ્યાસ કરીશું.

(1) ઘટના : યાદચ્છિક પ્રયોગના નિદર્શ અવકાશના ઉપગણને ઘટના (Event) કહે છે. ઘટનાને સામાન્ય રીતે અક્ષરો *A, B, C,* ... વડે અથવા A_1, A_2, A_3, ... વડે દર્શાવાય છે. કોઈપણ ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામો દર્શાવતાં નિદર્શ બિંદુઓનો ગણ રચવામાં આવે તો તે નિદર્શ અવકાશ Uનો ઉપગણ હોય છે. આમ યાદચ્છિક પ્રયોગ સાથે સંકળાયેલ કોઈપણ ઘટના A નિદર્શ અવકાશ Uનો ઉપગણ હોય છે. તેને $A \subset U$ એવા સંકેતથી દર્શાવાય છે.



દા.ત., એક સમતોલ પાસો ઉછાળવાના યાદચ્છિક પ્રયોગનો નિદર્શ અવકાશ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ થાય. હવે જો પાસાની ઉપરની બાજુએ મળેલ અંક પૂર્ણવર્ગ મળે તેને ઘટના A કહીએ તો ઘટના $A = \{1, 4\}$ થાય.



હવે આપણે બે સમતોલ પાસા ઉછાળવાના યાદચ્છિક પ્રયોગમાં મળતી કેટલીક ઘટનાઓના ઉદાહરણથી દર્શાવીશું કે ઘટના એ નિદર્શ અવકાશનો ઉપગણ છે.

- A_1 = બે પાસા પરના અંકનો સરવાળો 6 મળે

  $\therefore \; A_1 = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4,2), (5, 1)\}$

- A_2 = બંને પાસા પર સરખા અંક મળે

  $\therefore \; A_2 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$

- A_3 = બંને પાસા પરના અંકનો સરવાળો 9 થી વધુ મળે

  $\therefore \; A_3 = \{(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

આ બધા ઉપગણોને ઘટનાઓ કહેવાય.

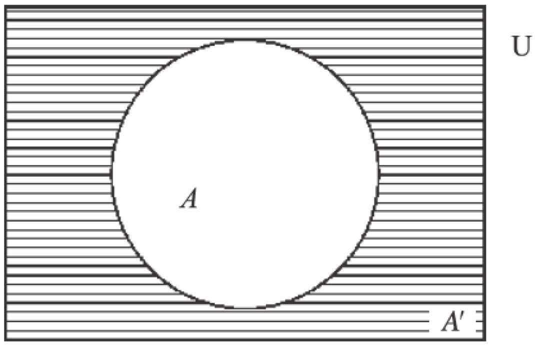
(2) અશક્ય ઘટના : યાદચ્છિક પ્રયોગના નિદર્શ અવકાશના વિશિષ્ટ ઉપગણ ϕ અથવા $\{\ \}$ ને અશક્ય ઘટના (Impossible Event) કહે છે. અશક્ય ઘટના એટલે એવી ઘટના જે કદી બનતી જ ન હોય. તેને માટે ϕ અથવા $\{\ \}$ સંકેતનો ઉપયોગ થાય છે.

દા.ત., એક સમતોલ સિક્કાને ઉછાળતાં તેના પર છાપ (H) અને કાંટો (T) બંને મળે તે અશક્ય ઘટના કહેવાય.

(3) ચોક્કસ ઘટના : યાદચ્છિક પ્રયોગના નિદર્શ અવકાશના વિશિષ્ટ ઉપગણ U ને ચોક્કસ ઘટના (Certain Event) કહે છે. ચોક્કસ ઘટના એ એવી ઘટના છે કે જે ઘટના હંમેશાં ઘટે જ છે. તેને માટે U સંકેતનો ઉપયોગ થાય છે.

દા.ત., શનિવારના તરત પછીનો દિવસ રવિવાર હોય, એક છ બાજુવાળો સમતોલ પાસો ઉછાળતા તેની ઉપરની બાજુએ મળેલ પૂર્ણાંક 7 થી નાનો હોય વગેરે ચોક્કસ ઘટનાનાં ઉદાહરણો છે.

(4) પૂરક ઘટના : ધારો કે U એ સાન્ત નિદર્શ અવકાશ છે અને A તેની કોઈ ઘટના છે. નિદર્શ અવકાશ U માં હોય પરંતુ ઘટના A માં ન હોય તેવાં તમામ પરિણામો કે ઘટકોના ગણને ઘટના A ની પૂરક ઘટના (Complementary Event) કહે છે. ઘટના A ની પૂરક ઘટનાને સંકેતમાં A', $\overline{A}$, A^c વગેરે વડે દર્શાવાય છે. આપણે પૂરક ઘટના માટે સંકેત A' નો ઉપયોગ કરીશું.



A' = ઘટના A ની પૂરક ઘટના

= ઘટના A ન બને.

$= U - A$